

Buchbesprechungen

Philosophie – Religionsgeschichte

B o c h e n s k i, I. M., *Grundriß der Logistik*.
Übersetzt, bearbeitet und erweitert von A.
M e n n e. Schöningh, Paderborn, 1962. 2. er-
weiterte Auflage. Gr.-8°, 141 S. – Kart. DM
12,-.

Angesichts des steigenden Interesses, das der modernen Logik in den letzten Jahren auch im deutschsprachigen Raum wieder entgegengebracht wird, macht sich ein Mangel an einführenden Lehrbüchern bemerkbar, die über den engeren Kreis der mathematisch Vorgebildeten hinaus weitere Kreise ansprechen, indem sie ein Verständnis der grundlegenden Methode dieser Logik, der Formalisierung nicht voraussetzen, sondern begründen. Zu den wenigen Lehrbüchern dieser Art gehört auch der hier zu besprechende »Grundriß der Logistik«. Er versteht sich als eine elementare Einführung in die Logik, die in einer betont knapp gehaltenen Darstellung – das Buch umfaßt nur 120 Seiten Text – dem Leser einen ersten Einblick in die Grundlehren dieser Wissenschaft eröffnen will. Tatsächlich geht der Inhalt des Buches über diese Grundlehren, d. h. über die elementare Logik, die Aussagen- und Prädikatenlogik erster Stufe umfaßt, sogar beträchtlich hinaus: Man findet hier zudem nicht nur Klassen- und Relationslogik abgehandelt, sondern auch Modallogik, mehrwertige Logik, kombinatorische Logik und Metalogik. In der zweiten Auflage ist, neben

kleineren Ergänzungen zu den einzelnen Abschnitten, im § 30 sogar noch eine Skizze der Theorie der Verwerfung hinzugekommen.

Diese Stofffülle verträgt sich mit dem geringen Umfang des Buches offenbar nur unter dem Aspekt einer elementaren Einführung, die Ausführlichkeit und zuweilen auch Präzision hintanstellt gegenüber der Absicht, dem Leser zuerst einmal einen Begriff davon zu geben, womit sich die moderne Logik beschäftigt, bevor man ihn mit mühevoller Detail belastet. Aber auch so bleibt das didaktische Geschick zu bewundern, dem es gelingt, dies Ziel in großem Umfang zu erreichen. Denn ähnlich wie in anderen Wissenschaften ist vor das genaue Verständnis der logischen Theorien die Mühe exakter Vorarbeit gesetzt, die keine Sache der Kürze sein kann. Es darf daher nicht wundernehmen, daß sich unter diesem Aspekt auch gegen den »Grundriß« das eine oder andere Bedenken anmelden läßt, wobei im folgenden nur die wichtigsten hervorgehoben werden sollen. – Gehen wir nun ins einzelne:

Das I. Kapitel enthält einleitende und vorbereitende Bemerkungen. § 0 befaßt sich mit dem Gegenstand der Logik, dem Verhältnis von Logik und Logistik und – sehr kurz – mit der Geschichte der Logik. Eine etwas genauere Beleuchtung der Geschichte der Logik wäre vielleicht doch in einem solchen einführenden Werk nicht überflüssig gewesen und hätte Gelegenheit gegeben, das Verhältnis von traditioneller und moderner Logik präziser zu formulieren. Im Zusammenhang damit hätte man auch die Methode der Formalisierung ausführlicher beschreiben können, durch die sich die moderne Logik in erster Linie von der traditionellen Logik unterscheidet und die die Gemeinsamkeiten dieser Logik mit der Mathematik besser verstehen läßt als »eine gewisse äußerliche Ähnlichkeit ihrer Formeln mit mathematischen Formeln« (0.5). – Der § 1 bringt einige terminologische Festsetzungen. Der Gebrauch der Definitionen ist nicht einheitlich geregelt. Grundsätzlich besteht wohl die Absicht, Definitionen als metasprachliche Festsetzungen zu betrachten. Dann muß es aber statt 1.51 heißen » $x = df y$ « – » x ist eine Abkürzung für y «, da » x « und » y « hier metasprachliche Variablen sind. – Der § 2 enthält einige Konventionen über die Notierung von Ausdrücken. Eine genauere Charakterisierung der Quasi-Anführung hätte man sich in 2.13 gewünscht angesichts der wichtigen Rolle, die dieser Funktion für einen präzisen syntaktischen Systemaufbau zukommt.

Das II. Kapitel bringt die erste elementar-logische Theorie, die Aussagenlogik, die hier in einer für ein solches knapp gehaltenen einführenden Werk sehr anerkannter Klarheit und Ausführlichkeit dargeboten wird. – Im § 3, wo die Wahrheitswertfunktionen eingeführt werden, sind für den Anfänger sehr angenehm die Hinweise auf die umgangssprachlichen Äqui-

valente, die veranschaulichende graphische Darstellung nach Gonseth und die vergleichende Tabelle für die verschiedenen Symboliken, die in der Literatur parallel gebraucht werden. – Im § 4 wird die Methode der Wahrheitswertentwicklung beschrieben, mit der sich die logische Wahrheit von aussagenlogischen Formeln entscheiden läßt. Eine etwas breitere semantische Fundierung dieser Methode hätte sich wohl hier einfügen lassen, insbesondere die Definition der logisch wahren Formeln. – In den §§ 5 und 6 sind die wichtigsten aussagenlogischen Gesetze zusammengestellt worden in einer zum Nachschlagen sehr übersichtlichen Form. – § 7 enthält eine allgemeine Charakterisierung des axiomatischen Systems, die dann in § 8 konkretisiert wird am Beispiel eines axiomatischen Aussagenkalküls. (Die Ersetzungsregel 8.32 benötigt man nicht, da die Ersetzbarkeit definitorisch gleicher Ausdrücke üblicherweise in der metasprachlichen Definitionsfestsetzung enthalten ist, und da der zweite Teil der Regel, die Ersetzbarkeit logisch äquivalenter Formeln im System, als zulässig beweisbar ist.) – Im § 9 werden Deduktionsregeln angegeben, die im System zulässig sind und deren Gebrauch das Beweisverfahren sehr vereinfacht. Man hätte hier aber zumindest einen Zulässigkeitsbeweis führen sollen, um dem Leser deutlich zu machen, wie solche Regeln in Strenge zu rechtfertigen sind. – Der § 10 behandelt aussagenlogische Normalformeln, die für viele Zwecke von großem praktischen Wert sind.

Das III. Kapitel behandelt den Prädikatenkalkül (1. Stufe), und stellt somit die zweite elementarlogische Theorie vor. Da die elementare Logik das Kernstück jedes einführenden Logik-Lehrbuches sein muß, überrascht die Kürze dieses Kapitels und sein skizzenhafter Charakter, und man kommt leider nicht umhin festzustellen, daß die Behandlung der Prädikatenlogik in diesem Kapitel nicht zureichend ist. – § 11 enthält vorbereitende terminologische Festsetzungen. (Dabei sind die Definitionen 11.31, 11.32 nicht brauchbar, da das Frei- oder Gebundensein keine Eigenschaft ist, die einer Variablen als solcher zukommt, sondern nur einem Vorkommen einer Variablen in einer Formel. Darüber hinaus enthielte auch z. B. die Formel $(x) fx \cdot gx$ nach diesen Definitionen keine freie Variable.) Die Darstellung der Prädikatenlogik in § 12 und § 13 wird aufgespalten in eine Darstellung des monadischen und des dyadischen Prädikatenkalküls. Das »methodische Prinzip« 12.1 ist wegen der Unzulänglichkeit der Definitionen 12.11, 12.12 nicht brauchbar. So kann man nicht aus 12.11, wie behauptet wird, mit Hilfe von 6.27 den Satz 12.31 deduzieren. Das ginge nur dann, wenn das Definiens von 12.11 nur endlich viele Konjunktionsglieder enthielte. Die Bemerkungen, daß die Schwierigkeiten dieser Definitionen »praktisch nicht so wichtig« seien und daß man

»den weitaus größten Teil der Gesetze der Prädikatenlogik« bereits aus den Definitionen » $(x)fx \leftarrow df \text{ »}fa \cdot fb\text{«}$ und » $(Ex)fx \leftarrow df \text{ »}fa \vee fb\text{«}$ deduzieren könne, sollten eigentlich in einem modernen Logiklehrbuch keinen Platz haben. Es fehlt der Aufbau der Syntax, es fehlt jede Andeutung einer Semantik. Die Erweiterung der Aussagenlogik durch die Axiome 12.31, 12.32 ergibt kein vollständiges System der Prädikatenlogik, solange Substitutionsregeln für Individuenvariablen und Prädikatvariablen fehlen, sowie spezifisch prädikatenlogische Deduktionsregeln. – Im § 14 werden zwei einfache Erweiterungen der Prädikatenlogik angegeben: Die Hinzunahme von Identität und Kennzeichnungen. Die Theorie der Identität hätte man noch etwas erweitern können, so daß auch so elementare Sätze wie $fa. a=b \rightarrow fb$ beweisbar werden. (In der Theorie der Kennzeichnung ist im Definiens von 14.23 das letzte Konjunktionsglied fb überflüssig. 14.24 ist nicht genau formuliert, da der Ausdruck » $(?x)fx$ « auch bedeutungslos sein kann.)

Im IV. Kapitel wird die Klassenlogik behandelt, d. h. jene Theorie, mit der die moderne Logik über den Rahmen der traditionellen logischen Theorien weit hinausgeht. Ein Ausblick auf die Klassenlogik ist eine wichtige Ergänzung der elementarlogischen Lehren, die dem Leser begrifflich macht, auf welcher Basis das Programm des Logizismus, d. h. das Programm der Begründung der Mathematik aus der Logik entstehen konnte. – In den §§ 15 und 16 werden die Grundprinzipien der Klassenlogik angegeben, sowie die Gesetze der elementaren Klassenalgebra. (Für den Ausdruck $\exists !a$ findet man zwei Definitionen: Nach 15.43 besagt dieser Ausdruck, daß die Klasse a nicht leer ist, nach 15.44 besagt er, daß a eine Klasse ist. Die letztere Definition verfehlt offenbar den intendierten Sinn.) – Der § 17 behandelt die Antinomien und die (einfache) Typentheorie. Die Ausführungen sind leider nur recht skizzenhaft. Die Unterscheidung logischer und metalogischer Paradoxien (17.15, 17.16), die wohl die (auf Ramsey zurückgehende) übliche Unterscheidung zwischen logischen und semantischen Antinomien widerspiegeln soll, verfehlt ihren Zweck: Einen Widerspruch, der sich nur unter Nichtbeachtung der Suppositionsregel ableiten läßt, würde man wohl kaum als »Antinomie« bezeichnen. So sind auch die semantischen Antinomien »logische« Antinomien im Sinne von 17.15. Die Ipsoflexivitätsregel (17.73), mit der die Verf. eine eigene Lösung des Antinomienproblems anbieten, ist zu unpräzise als daß sie zur Eliminierung der Antinomien ausreichen könnte. Denn was soll das genau heißen: »Ein Ausdruck bezieht sich auf sich selbst«? Außerdem gibt es negationslose Antinomienformulierungen, die schon in der scholastischen Logik diskutiert wurden, und auf die diese Regel bei keiner noch so weiten Auslegung dieser Selbstbezüglichkeit anwendbar sind. – Die Formulie-

rung der Antinomie des Lügners in 17.82 ist nicht korrekt. Denn die Definition » $c = df c$ ist falsch« ist trivialerweise unzulässig, da das Definiendum c im Definiens vorkommt. Über solche Definitionsfehler hätte man sich wohl kaum 2 Jahrtausende lang den Kopf zerbrochen.

Im V. Kapitel werden Relationen behandelt. – Die §§ 18 und 19 bringen grundlegende Definitionen und Sätze der Relationentheorie. (Der Satz 19.43, der offenbar besagen soll, daß es zu jeder Relation eine Konverse gibt, ist so nicht verständlich, sondern scheint zu besagen, daß jede Konverse nicht leer ist, und das ist sicherlich falsch. Der Satz 19.48 ist falsch, die Glieder der hinteren Inclusion sind zu vertauschen.) – Der § 20 bringt einige weitere wichtige Begriffe aus der Theorie der zweistelligen Relationen. – In § 21 werden Relationspotenzen und -ketten definiert, wie sie etwa bei der Definition der natürlichen Zahlen eine Rolle spielen. – In § 22 werden einige fundamentale Eigenschaften von Relationen definiert (Definition 21.15 und 22.51 sind nur aus dem Kontext verständlich, da » I « und » J « nicht definiert worden sind. (Vgl. PM I, S. 334)). – § 23 enthält Andeutungen, wie die Theorie der zweistelligen Relationen auf n -stellige Relationen zu erweitern ist. Die Ausführungen dieses Kapitels sind so gedrängt, daß sie für den Anfänger nur schwer verständlich sein dürften.

Im VI. Kapitel werden speziellere Kalküle besprochen, die für den Anfänger nur von geringer Bedeutung sind. So werden in § 24 Modaloperatoren eingeführt, § 25 kommt auf die mehrwertige Logik zu sprechen, der § 26 auf die kombinatorische Logik. Jedoch sind die Ausführungen zum letzten Punkt wegen ihrer extremen Kürze kaum verständlich. – § 27 enthält eine Formalisierung der aristotelischen Syllogistik nebst Interpretation im Klassenkalkül. Eine solche Darstellung der Syllogistik fügt sich außerordentlich gut in ein Lehrbuch der Logik. Nur hätte man zum leichteren Verständnis hier eine mehr traditionelle Formulierung der Syllogistik vorausschicken können. (27.0101 ist keine korrekte Definition von » n «, in 27.81 ist das letzte Konjunktionsglied überflüssig, entsprechend in 27.811). – § 28 enthält Bemerkungen zum Inhalt einer Kalkültheorie, die jedoch auch sehr kurz ausgefallen sind. – § 29 geht auf den Begriff der syntaktischen Kategorie ein. Jedoch fehlt leider die Definition von » $Sb(x, y, u, v)$ «, sodaß sich mit der grundlegenden Definition 29.11 kein genauer Sinn verbinden läßt. Der in der 2. Auflage neu hinzugekommene § 30 enthält einen Hinweis auf die interessante Möglichkeit, die Deduktionsregeln eines Kalküls durch Verwerfungsregeln zu ergänzen.

Zusammenfassend kann man sagen, daß der »Grundriß der Logistik« sich bei seinem geringen Umfang doch etwas zu viel Stoff zugemutet hat. Der Anfänger, an den das Buch sich wendet, würde insbesondere das VI. Kapitel nicht sehr

vermissen, hingegen für eine größere Ausführlichkeit im III. Kapitel dankbar sein. Anzuerkennen ist hingegen besonders die Behandlung der Aussagenlogik, die ausführlichen Literaturhinweise, die geschichtlichen Anmerkungen zu den einzelnen Theorien, die vielen Beispiele im Text, die der Veranschaulichung und Verdeutlichung sehr dienlich sind und vorallem das didaktische Geschick, dem es gelingt, dem Leser einen guten Einblick in die Problemstellungen der modernen Logik zu geben.

München

Franz von Kutschera